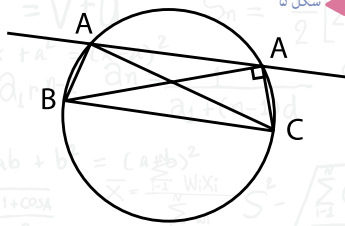
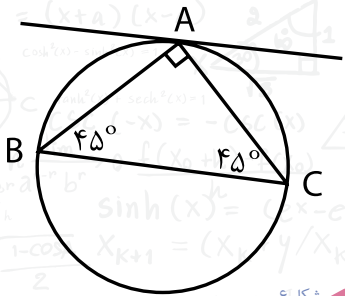


چطور رسم کنیم؟ دنیای قائم الزاویه‌ها

۱ رسم مثلث قائم الزاویه با داشتن دو وتر و ارتفاع وارد بر وتر
 وتر = a و ارتفاع = h
حل: دایره‌ای به قطر a رسم می‌کنیم. فرض کنیم BC یکی از قطرهای آن باشد. خطی موازی با BC و به فاصله h از آن رسم می‌کنیم. این خط دایره را یا در دو نقطه قطع می‌کند یا در یک نقطه (مماس). اگر دو نقطه باشد، هر دو جواب هستند. این نقطه را به دو سر پاره‌خط وصل می‌کنیم (شکل‌های ۵ و ۶).



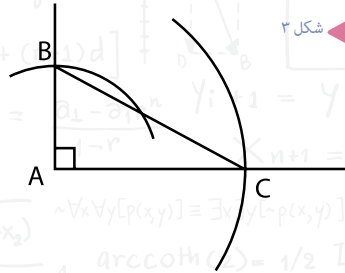
شکل ۵



شکل ۶

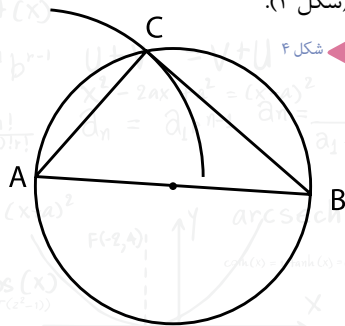
۲ رسم مثلث قائم الزاویه با داشتن رأس قائمه و طول یک ضلع قائمه و طول میانه وارد بر وتر ($AM=m, A=90^\circ$ و $AB=C$)
حل: ابتدا دایره‌ای به شعاع m رسم می‌کنیم. یکی از قطرهای آن را BC می‌نامیم. به مرکز B شعاع C دایره‌ای رسم می‌کنیم تا دایره اول را در A قطع کند (شکل ۷).

۱ رسم مثلث قائم الزاویه با داشتن دو ضلع زاویه قائمه.
حل: فرض کنیم دو ضلع $AB=b$ و $AC=c$ را داریم. ابتدا یک زاویه قائمه رسم می‌کنیم (به رأس نقطه‌ای مثل A). سپس پرگار را یک بار به اندازه c و یک بار به اندازه b باز می‌کنیم و به مرکز A دو دایره رسم می‌کنیم که ضلع‌های زاویه را در نقاط B و C قطع می‌کنند. B را به C وصل می‌کنیم (شکل ۳).



شکل ۳

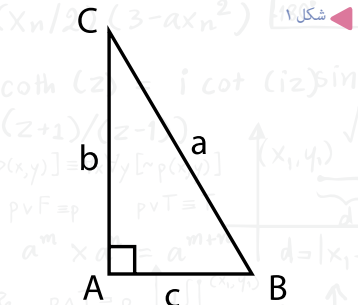
۲ رسم مثلث قائم الزاویه با معلوم بودن وتر و یک ضلع (بدون استفاده از فیثاغورس).
حل: فرض کنیم وتر به طول a و ضلع به طول b باشد.
 دایره‌ای به قطر a رسم می‌کنیم (به قطر AB). به مرکز A و شعاع b دایره دیگری رسم می‌کنیم تا آن را در C قطع کند. مثلث ABC جواب مسئله است (شکل ۴).



شکل ۴

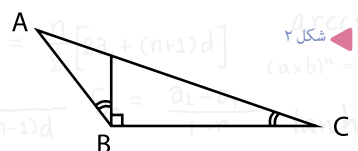
همان گونه که در شماره قبل دیدیم، تصمیم داریم در هر شماره چند مسئله در مورد رسم شکل‌های هندسی طرح و حل کنیم تا بدین ترتیب کمکی باشد در تکمیل مطالب کتاب درسی.

در این شماره به طرز رسم مثلث قائم الزاویه و حل مسائلی در این راستا می‌پردازیم. مثلث ABC را «قائم الزاویه» گوئیم هرگاه یکی از زاویه‌های آن 90° باشد به عبارت دیگر، مجموع اندازه دو زاویه داخلی مثلث 90° باشد. در مثلث قائم الزاویه ABC (شکل ۱)، داریم: $a^2 = b^2 + c^2$.



شکل ۱

اگر در یک مثلث اختلاف اندازه دو زاویه داخلی 90° باشد ($B - C = 90^\circ$) آن را مثلث «شبه قائم الزاویه» می‌نامند (شکل ۲).

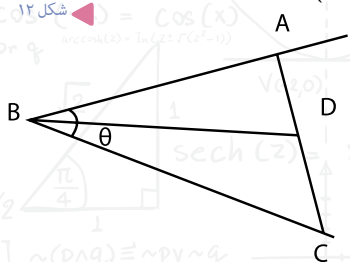


شکل ۲

یکی از مسئله‌هایی که ملاحظه خواهید کرد (شماره ۱۰) در مورد مثلث شبه قائم الزاویه است.

از مثلث قائم‌الزاویه‌های اندازه‌ی یک زاویه‌ی حاده و طول نیم‌ساز نظیر آن زاویه داده شده است. مثلث را رسم کنید.

حل: فرض کنیم زاویه‌ی حاده برابر با θ و طول نیم‌ساز d باشد. به مرکز نقطه‌ای مانند B ، زاویه‌ی حاده‌ای به اندازه‌ی θ رسم می‌کنیم. سپس نیم‌ساز این زاویه را می‌کشیم و نقطه‌ای مثل D روی آن در نظر می‌گیریم؛ به طوری که: $BD=d$. از نقطه‌ی D بر یکی از ضلع‌های زاویه‌ی عمودی رسم می‌کنیم تا آن را در A و ضلع دیگر زاویه را در C قطع کند. مثلث ABC همان مثلث خواسته شده است (شکل ۱۲).



در مثلث شبه‌قائم‌الزاویه ABC $B-C=90^\circ$ نیم‌ساز داخلی و خارجی رأس A ، ضلع BC و امتدادش را به ترتیب در نقاط D' و D قطع می‌کند. اگر بدانیم $BD=1$ و $D'B=3$ ، مثلث ABC را رسم کنید.

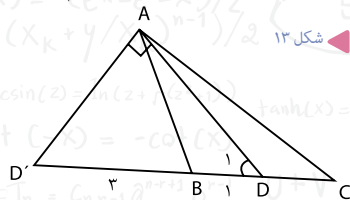
حل: فرض کنیم مثلث رسم شده باشد. در این صورت داریم:

$$B-C=90 \rightarrow B=90+C$$

$$A+B+C=A+2C+90=180$$

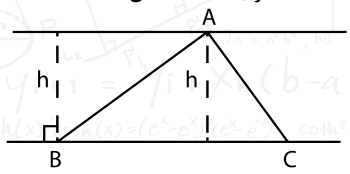
$$\rightarrow A+2C=90 \rightarrow \frac{A}{2}+C=45^\circ$$

$$\rightarrow \hat{D}_1=45^\circ$$

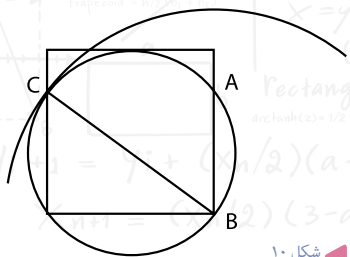


چون: $AD' \perp AD$ پس مثلث قائم‌الزاویه متساوی‌الساقین ADD' به وتر 4 را می‌توان رسم کرد. با تعیین موقعیت نقطه‌ی B روی DD' و اینکه امتداد AC ، قرینه‌ی امتداد AB نسبت به AD است، AC را رسم می‌کنیم. مثلث ABC جواب مسئله است (شکل ۱۳).

نقطه‌های مثل C قطع کند. مثلث ABC مثلث مطلوب است (شکل ۹).

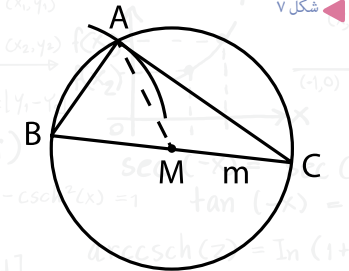
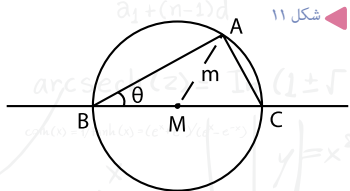


در مربعی به ضلع 4 مثلث قائم‌الزاویه‌ای محاط کنید که یک رأس آن بر یک رأس مربع منطبق باشد و اندازه‌ی وترش 5 باشد. **حل:** به مرکز یکی از رأس‌های مربع که آن را B می‌نامیم، دایره‌ای به شعاع 5 رسم می‌کنیم تا مربع را در دو نقطه قطع کند. یکی از آن نقاط را C نام‌گذاری می‌کنیم. دایره‌ای به قطر BC رسم می‌کنیم تا مربع را در نقطه‌ای مثل A قطع کند. مثلث ABC مورد نظر است (شکل ۱۰).



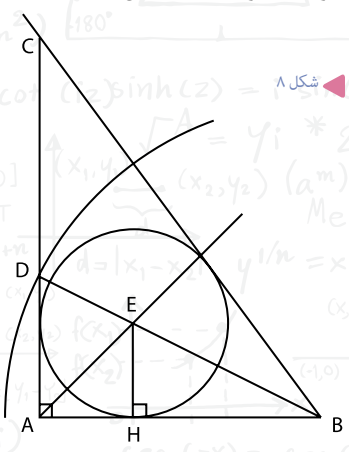
از مثلث قائم‌الزاویه ABC ($A=90^\circ$)، اندازه‌ی یک زاویه‌ی حاده، مثلاً B و اندازه‌ی میانه‌ی نظیر وتر داده شده است. مثلث را رسم کنید.

حل: فرض کنیم زاویه‌ی حاده برابر θ و طول میانه برابر با m باشد. ابتدا خطی رسم می‌کنیم و به مرکز نقطه‌ای از آن مثل M ، دایره‌ای به شعاع m می‌کشیم تا خط را در دو نقطه قطع کند. یکی از این نقاط را B می‌نامیم. از B زاویه‌ی حاده‌ای به اندازه‌ی θ جدا می‌کنیم تا دایره را در نقطه‌ی A قطع کند. A را به نقطه‌ی دیگر که با C مشخص کرده‌ایم، متصل می‌کنیم. به این ترتیب مثلث ABC که می‌خواستیم به دست می‌آید (شکل ۱۱).



پاره‌خط AB مفروض است. مثلثی قائم‌الزاویه با رأس قائمه‌ی A که طول نیم‌ساز BD در آن برابر با d است، رسم کنید.

حل: از رأس A یک زاویه‌ی قائمه خارج می‌کنیم. نیم‌ساز A را رسم می‌کنیم (45°) به مرکز B و شعاع d دایره‌ای می‌کشیم تا ضلع دیگر زاویه‌ی A را در نقطه‌ای مثل D قطع کند. از B به D وصل می‌کنیم تا نیم‌ساز زاویه‌ی A را در E قطع کند. از E به AB عمود می‌کشیم و پای عمود را H می‌نامیم. به مرکز E و شعاع EH دایره‌ی دیگری رسم می‌کنیم. از B مماسی بر این دایره رسم می‌کنیم تا امتداد AD را در C قطع کند. جواب مطلوب است (شکل ۸).



در مثلث قائم‌الزاویه ABC ($A=90^\circ$) اندازه‌ی یک زاویه‌ی حاده، مثلاً B و ارتفاع وارد بر وتر (h) داده شده است. مثلث را رسم کنید.

حل: ابتدا دو خط موازی به فاصله‌ی h از یکدیگر رسم می‌کنیم. آن‌ها را l و d می‌نامیم. نقطه‌ای از l را B می‌نامیم و از آن زاویه‌ی حاده را خارج می‌کنیم تا خط d را در A قطع کند. سپس در نقطه‌ی A ، عمودی بر AB رسم می‌کنیم تا l را در